

$b)(ab+ac+bc)=0$. 因为 $a \neq b$, 所以 $ab+ac+bc=0$, 即 $ab+bc=-ac$. 由 $b^2(a+c)=2\ 024$, 得 $b(ab+bc)=2\ 024$, 所以 $-abc=2\ 024$, 所以 $abc=-2\ 024$. 故选 A.

8. D 【解析】①因为 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$, 所以 x^2+3x+2 能被 $x+1$ 整除, 说法正确; ②因为 x^2-4x-5 能被 $x+a$ 整除, 且 $x^2-4x-5=(x+1)(x-5)$, 所以 $a=1$ 或 $a=-5$, 说法正确; ③因为 x^3+ax^2+bx-3 能被 x^2+2x+3 整除, 所以将整式 x^3+ax^2+bx-3 因式分解后, 有一个因式为 x^2+2x+3 , 设 $x^3+ax^2+bx-3=(x+c)(x^2+2x+3)$, 所以 $x^3+ax^2+bx-3=x^3+(c+2)x^2+(2c+3)x+3c$, 所以 $\begin{cases} c+2=a, \\ 2c+3=b, \\ 3c=-3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=1, \\ c=-1, \end{cases}$ 所以此说法正确. 综上所述, ①②③都正确, 即正确的个数为 3. 故选 D.

9. $(4a^2+1)(2a+1)(2a-1)$ 【解析】 $16a^4-1=(4a^2)^2-1=(4a^2+1)(4a^2-1)=(4a^2+1)(2a+1)(2a-1)$.

10. -10 【解析】 $x^2+px+q=(x+2)(x-4)=x^2-2x-8$, 则 $p=-2, q=-8$, 所以 $p+q=-2+(-8)=-10$. 故答案为 -10.

11. 25 【解析】 $\frac{100}{102^2-100 \times 104} = \frac{100}{102^2-(102-2)(102+2)} = \frac{100}{102^2-(102^2-2^2)} = \frac{100}{102^2-102^2+4} = \frac{100}{4} = 25$. 故答案为 25.

12. -1 012 【解析】因为 $(m-2\ 023)^2+(2\ 024-m)^2=2\ 025$, 所以 $[(m-2\ 023)+(2\ 024-m)]^2-2(m-2\ 023)(2\ 024-m)=2\ 025$, 所以 $1-2(m-2\ 023)(2\ 024-m)=2\ 025$, 所以 $1-2\ 025=2(m-2\ 023)(2\ 024-m)$, 所以 $(m-2\ 023)(2\ 024-m)=-1\ 012$, 故答案为 -1 012.

13. 【解】(1) $4x^2-12xy+9y^2=(2x-3y)^2$.

思路分析

根据因式分解与整式的乘法互为逆运算, 可将 $2(x-1) \cdot (x-9)$ 运用多项式的乘法法则展开, 进而求出 a 与 c 的值; 同理将 $2(x-2)(x-4)$ 运用多项式的乘法法则展开, 可求出 b 的值, 从而确定原多项式, 再将原多项式分解因式即可.

$$(2) a^3-16a=a(a^2-16)=a(a+4)(a-4).$$

$$(3) m^2(m-1)+4(1-m)=(m-1)(m^2-4)=(m-1)(m+2)(m-2).$$

$$(4) m^4-8m^2+16=(m^2-4)^2=(m+2)^2(m-2)^2.$$

14. 【解】(1) 这两个连续偶数构成的“神秘数”是 4 的倍数. 理由如下: $(2k+2)^2-(2k)^2=(2k+2+2k)(2k+2-2k)=2(4k+2)=4(2k+1)$, 所以“神秘数”是 4 的倍数.

(2) 是. 理由如下: 设两个连续的奇数分别为 $2k+1$ 和 $2k-1$ (k 为正整数), 则 $(2k+1)^2-(2k-1)^2=(2k+1+2k-1) \cdot (2k+1-2k+1)=8k=4 \times 2k$,

所以两个连续奇数的平方差是 4 的倍数.

15. 【解】根据第一位同学分解的结果可得 $ax^2+bx+c=2(x-1)(x-9)=2x^2-20x+18$, 所以 $a=2, c=18$. 根据第二位同学分解的结果可得 $ax^2+bx+c=2(x-2)(x-4)=2x^2-12x+16$, 所以 $b=-12$, 所以 $ax^2+bx+c=2x^2-12x+18=2(x^2-6x+9)=2(x-3)^2$.

16. 【解】(1) $x^3+x^2-4x-4=(x^3+x^2)-(4x+4)=x^2(x+1)-4(x+1)=(x^2-4)(x+1)=(x+2)(x-2)(x+1)$.

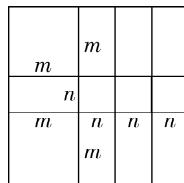
$$(2) y^2+2yz+z^2-9x^2=(y+z)^2-(3x)^2=(y+z+3x)(y+z-3x).$$

17. 【解】(1) ①由题图面积的不同求法, 得 $2m^2+5mn+2n^2=(2m+n)(m+2n)$.

故答案为 $(2m+n)(m+2n)$.

②因为 $2m^2+5mn+2n^2=108, mn=10$, 所以 $m^2+n^2=29$. 因为 $(m+n)^2=m^2+2mn+n^2$, 所以 $(m+n)^2=49$. 因为 $m+n>0$, 所以 $m+n=7$, 所以题图中所有裁剪线(虚线部分)的长度之和为 $2(m+2n+2m+n)=6(m+n)=6 \times 7=42(\text{cm})$.

(2) 拼凑出的长方形如图所示, 所以 $2m^2+7mn+3n^2=(2m+n)(m+3n)$.



第 12 章 平面图形的认识

12.1 三角形

课时 1 三角形的相关概念

刷基础

1. 【解】(1) $\triangle ABE$ 的三个内角是 $\angle BAE, \angle B, \angle AEB$.

(2) 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle B$ 的对边是 AD ; 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 的对边是 AC . 故答案为 AD, AC .

(3) 题图中共有 6 个三角形, 分别是 $\triangle ABD, \triangle ABE, \triangle ABC, \triangle ADE, \triangle ADC, \triangle AEC$.

(4) 线段 AD 是 $\triangle ABD, \triangle ADE, \triangle ADC$ 的公共边.

(5) $\angle ADC$ 是 $\triangle ADE, \triangle ADC$ 的公共角; $\angle AED$

是 $\triangle ABE$, $\triangle ADE$ 的公共角.

2. C 【解析】

A	知道两个角, 可以计算出第三个角的度数, 因此可以判断出三角形类型
B	露出的角是钝角, 因此是钝角三角形
C	露出的角是锐角, 其他两角都不知道, 因此不能判断出三角形类型
D	露出的角是钝角, 因此是钝角三角形

3. B 【解析】等腰三角形包括等边三角形, 故①的分类不正确; ②中的三角形的分类正确. 故选 B.

4. A 【解析】如果一个三角形中, 最小角的度数大于 45° , 则三角形中最大角的度数小于 90° , 故另外两个角一定是锐角, 所以这个三角形是锐角三角形. 故选 A.

5. B 【解析】因为 $\angle A + \angle B = \angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 所以 $2\angle C = 180^\circ$, 所以 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 故选 B.

6. 4 1 【解析】因为 $AB = AC$, 所以 $\triangle ABC$ 为等腰三角形. 同理可得 $\triangle ABD$, $\triangle ADE$, $\triangle ACE$ 为等腰三角形. 因为 $AD = DE = AE$, 所以 $\triangle ADE$ 为等边三角形. 故答案为 4, 1.

7. 【解】(1) 因为 $|a-b| + |b-c| = 0$, 所以 $a-b=0$ 且 $b-c=0$, 所以 $a=b=c$, 所以 $\triangle ABC$ 为等边三角形.
(2) 因为 $(a-b)(b-c) = 0$, 所以 $a-b=0$ 或 $b-c=0$ 或 $a-b=0, b-c=0$, 所以 $a=b$ 或 $b=c$ 或 $a=b=c$, 所以 $\triangle ABC$ 为等腰三角形或等边三角形.

课时 2 三角形的内角和

刷基础

1. C 【解析】①由 $EF \parallel AB$, 得 $\angle ECA = \angle A$, $\angle FCB = \angle B$. 因为 $\angle ECA + \angle ACB + \angle FCB = 180^\circ$, 所以 $\angle A + \angle ACB + \angle B = \angle ECA + \angle ACB + \angle FCB = 180^\circ$, 故①符合题意. ②由 $CE \parallel AB$, 得 $\angle A = \angle FCE$, $\angle B = \angle BCE$. 因为 $\angle FCE + \angle ECB + \angle ACB = 180^\circ$, 所以 $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$, 故②符合题意. ③由 $CD \perp AB$ 于 D , 得 $\angle ADC = \angle CDB = 90^\circ$, 无法说明三角形内角和是 180° , 故③不符合题意. ④由 $DF \parallel AC$, 得 $\angle EDF = \angle AED$, $\angle A = \angle FDB$. 由 $ED \parallel$

刷有所得

三角形内角和定理的说明主要是运用转化的思想, 作出相应的平行线, 把三角形的内角进行转化, 然后根据平角为 180° 即可得到结论.

思路分析

根据三个内角之间的关系设未知数, 把三个内角分别表示出来, 再根据三角形内角和等于 180° 列方程求解即可.

BC , 得 $\angle EDA = \angle B$, $\angle C = \angle AED$, 则 $\angle C = \angle EDF$. 因为 $\angle ADE + \angle EDF + \angle FDB = 180^\circ$, 所以 $\angle B + \angle A + \angle C = 180^\circ$, 故④符合题意. 综上所述, ①②④符合题意, 故选 C.

2. 三角形内角和等于

180° 【解析】如图, 根

据折叠的性质, 得

$\angle A = \angle 3$, $\angle B = \angle 1$,

$\angle C = \angle 2$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以

$\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$, 所以该结论为三角形

内角和等于 180° . 故答案为三角形内角和等

于 180° .

3. C 【解析】因为 $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$, 所以 $\angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$. 故选 C.

4. D 【解析】A 选项, 因为 $\angle A + \angle B = \angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 所以 $2\angle C = 180^\circ$, 所以 $\angle C = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 故

选项 A 不符合题意; B 选项, 因为 $\angle A = \angle B =$

$\frac{1}{2}\angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 所以 $\frac{1}{2}\angle C +$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 180^\circ$, 所以 $\angle C = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$,

所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 故选项 B 不符合

题意; C 选项, 因为 $\angle A = 90^\circ - \angle B$, $\angle A + \angle B +$

$\angle C = 180^\circ$, 所以 $90^\circ - \angle B + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

所以 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 故

选项 C 不符合题意; D 选项, 因为 $\angle A : \angle B :$

$\angle C = 1 : 3 : 5$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 所以 $\angle C =$

$\frac{5}{1+3+5} \times 180^\circ = 100^\circ \neq 90^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 不是直

角三角形, 故选项 D 符合题意. 故选 D.

5. 120 【解析】因为 $CD \perp AC$, 所以 $\angle C = 90^\circ$.

因为 $\angle A + \angle AEC + \angle C = 180^\circ$, $\angle A = \frac{1}{2}\angle AEC$,

所以 $\frac{1}{2}\angle AEC + \angle AEC + 90^\circ = 180^\circ$, 所以

$\angle AEC = 60^\circ$, 所以 $\angle BED = \angle AEC = 60^\circ$. 因

为 $\angle B + \angle D + \angle BED = 180^\circ$, 所以 $\angle B + \angle D =$

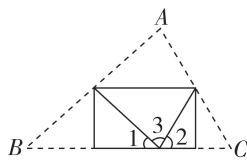
$180^\circ - \angle BED = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. 故答案

为 120.

6. 【解】设 $\angle B = x$, 则 $\angle A = 2x$, $\angle C = 2x + 10^\circ$.

因为 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 所以 $x + 2x + (2x +$

$10^\circ) = 180^\circ$, 解得 $x = 34^\circ$, 所以 $\angle A = 68^\circ$,



$\angle B = 34^\circ, \angle C = 78^\circ$.

7.【解】(1) 因为 $AB \perp OM$, 所以 $\angle OAB = 90^\circ$.
因为 $\angle MON = 67.5^\circ$, 所以 $\angle ABO = 90^\circ - \angle MON = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$, 所以 $\angle MON = 3\angle ABO$, 所以 $\triangle AOB$ 是“完美三角形”. 故答案为 22.5 , 是.

(2) $DE \parallel BC$. 理由: 因为 $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ, \angle ADC + \angle BDC = 180^\circ$, 所以 $\angle EFC = \angle ADC$, 所以 $AD \parallel EF$, 所以 $\angle DEF = \angle ADE$.
因为 $\angle DEF = \angle B$, 所以 $\angle B = \angle ADE$, 所以 $DE \parallel BC$.

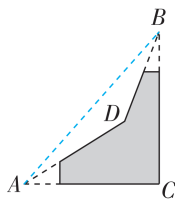
(3) 因为 $DE \parallel BC$, 所以 $\angle CDE = \angle BCD$.
因为 DE 平分 $\angle ADC$, 所以 $\angle ADE = \angle CDE$.
又因为 $\angle B = \angle ADE$, 所以 $\angle B = \angle BCD$.
因为 $\triangle BCD$ 是“完美三角形”, 且 $\angle BDC$ 为钝角, 所以 $\angle BDC = 3\angle B$. 因为 $\angle BDC + \angle BCD + \angle B = 180^\circ$, 所以 $\angle B = 36^\circ$.

刷提升

1. C 【解析】因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle C, \angle 3 + \angle 4 = \angle CEF + \angle CFE = 180^\circ - \angle C$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$. 故选 C.

2. D 【解析】如图, 连接 AB .

因为 $\angle C$ 是直角, 所以 $\angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$. 因为 $\angle CAD = 32^\circ, \angle CBD = 21^\circ$, 所以 $\angle DAB + \angle DBA = 90^\circ -$



$32^\circ - 21^\circ = 37^\circ$, 所以 $\angle ADB = 180^\circ - (\angle DAB + \angle DBA) = 143^\circ$. 故选 D.

关键点拨

通过连接 AB , 构造了三角形 ABC , 进而用三角形的内角和定理进行求解.

3. 80° 【解析】设 $[60^\circ, 2]$ 型三角形中一个角为 x° , 则另一个角为 $(2x)^\circ$. 由题意得 $x + 2x + 60 = 180$, 解得 $x = 40$, 所以 $2x = 80$, 所以三个内角的度数分别为 $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$, 所以该三角形中最大内角的度数为 80° . 故答案为 80° .

4. $2\alpha - 180^\circ$ 【解析】设 $\angle ADB' = \gamma, \angle AGC' = \beta$,

关键点拨

折叠前后的两个三角形互相重合, 对应角相等, 对应边相等.

$\angle CEB' = \gamma, \angle C'FE = x$. 因为 $B'D \parallel C'G \parallel BC$, 所以 $\gamma + \beta = \angle B + \angle C = \alpha$. 因为 $EB' \parallel FG$, 所以 $\angle CFG = \angle CEB' = \gamma$, 所以 $x + 2\gamma = 180^\circ$. ①
 $\gamma + \gamma = 180^\circ - \angle BDB' + 180^\circ - \angle BEB'$, $\angle B + \angle B' = 360^\circ - \angle BDB' - \angle BEB'$, 所以 $\gamma + \gamma = 2\angle B$, 同理 $\beta + x = 2\angle C$, 所以 $\gamma + \gamma + \beta + x = 2\alpha$, 所以 $x + \gamma = \alpha$. ② 结合①②可得 $x = 2\alpha - 180^\circ$, 所以 $\angle C'FE = 2\alpha - 180^\circ$.

5. 34 【解析】根据三角形内角和为 180° , 易得 $\angle B + \angle BAM = \angle M + \angle BCM$, 所以 $\angle BAM -$

$\angle BCM = \angle M - \angle B$, 同理 $\angle MAD - \angle MCD = \angle D - \angle M$. 因为 AM, CM 分别平分 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$, 所以 $\angle BAM = \angle MAD, \angle BCM = \angle MCD$, 所以 $\angle M - \angle B = \angle D - \angle M$, 所以 $\angle M = \frac{1}{2}(\angle B + \angle D)$. 因为 $\angle B = 30^\circ, \angle D = 38^\circ$, 所以 $\angle M = \frac{1}{2}(30^\circ + 38^\circ) = 34^\circ$. 故答案为 34 .

6.【解】(1) 因为 EF, GF 分别平分 $\angle CEG$ 和 $\angle AGE, EH, GH$ 分别平分 $\angle CEF$ 和 $\angle AGF$, 所以 $\angle FEG = \angle FEC = 2\angle HEF, \angle FGE = \angle FGA = 2\angle FGH$.

因为 $\angle EFG = 90^\circ$, 所以 $\angle FEG + \angle FGE = 90^\circ$, 所以 $2\angle FEH + 2\angle FGH = 90^\circ$, 所以 $\angle FEH + \angle FGH = 45^\circ$, 所以 $\angle HEG + \angle HGE = \angle FEH + \angle FEG + \angle FGH + \angle FGE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, 所以 $\angle EHG = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

(2) 因为 $\angle EFG = 90^\circ$, 所以 $\angle FEG + \angle FGE = 90^\circ$. 因为 EF, GF 分别平分 $\angle CEG$ 和 $\angle AGE$, 所以 $\angle CEG = 2\angle FEG, \angle AGE = 2\angle FGE$, 所以 $\angle CEG + \angle AGE = 2\angle FEG + 2\angle FGE = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$.

(3) GJ 平分 $\angle BGF$. 理由如下:

因为 $EK \parallel GH, \angle EKG = 90^\circ$, 所以 $\angle HGK = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, 所以 $\angle FGJ = \angle HGK - \angle HGF = 90^\circ - \angle HGF$. 因为 $\angle BGF = 180^\circ - \angle AGF = 180^\circ - 2\angle HGF = 2(90^\circ - \angle HGF)$, 所以 $\angle BGF = 2\angle FGJ$, 所以 GJ 平分 $\angle BGF$.

刷素养

7.【解】(1) 由题意得 $\angle ABC = 2\angle ABE, \angle BAC = 2\angle BAD$. 因为 $\angle AFB = 125^\circ$, 所以 $\angle ABE + \angle BAD = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle BAC = 110^\circ$, 所以 $\angle ACB = 180^\circ - (\angle ABC + \angle BAC) = 70^\circ$, 故答案为 70° .

(2) 设 $\angle ABE = \beta, \angle BAD = \alpha$, 所以 $\angle ABC = 2\beta, \angle BAC = 2\alpha$, 所以 $\angle ACB = 180^\circ - \angle ABC - \angle BAC = 180^\circ - 2\beta - 2\alpha$.

因为 $AG \perp AD$, 所以 $\angle FAG = 90^\circ$, 所以 $\angle G = 180^\circ - \angle BAF - \angle ABF - \angle FAG = 180^\circ - \alpha - \beta - 90^\circ = 90^\circ - \beta - \alpha$, 所以 $\angle ACB = 2\angle G$.

(3) 设 $\angle ABE = \angle CBE = \gamma, \angle BAD = \theta$, 所以 $\angle ABC = 2\gamma, \angle BAC = 2\theta$.

因为 $\angle CBE : \angle CAM = 5 : 7$, 所以 $\angle CAM = \frac{7}{5}\gamma$.

因为 $\angle ABC + \angle BAM + \angle M = 180^\circ$, 所以 $2\gamma + 2\theta + \frac{7}{5}\gamma + 65^\circ = 180^\circ$. ①

因为 $\angle BNM = 180^\circ - \angle MBN - \angle M = 180^\circ - \gamma - 65^\circ$, $\angle ECM = 180^\circ - \angle CAM - \angle M = 180^\circ - \frac{7}{5}\gamma - 65^\circ$, 所以 $\angle CEG = 360^\circ - \angle BNM - \angle ECM - \angle M = \frac{12}{5}\gamma + 65^\circ$. 因为 $\angle CEG - 5\angle BAF = \angle ABC$, 所以 $\frac{12}{5}\gamma + 65^\circ - 5\theta = 2\gamma$. ②

联立①②, 解得 $\gamma = 25^\circ$, $\theta = 15^\circ$, 所以 $\angle MBN = 25^\circ$, 所以 $\angle BNM = 180^\circ - 65^\circ - 25^\circ = 90^\circ$, 所以 $AM \perp BG$, 所以 $S_{\triangle AGF} = \frac{1}{2}AF \cdot AG = \frac{1}{2}FG \cdot AN$, 所以 $36 = \frac{18}{5}FG$, 解得 $FG = 10$.

课时3 三角形的外角

刷基础

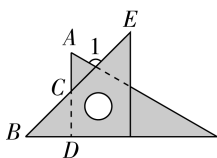
1. A 【解析】因为 $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, 所以 $\angle ACD = \angle A + \angle B$. 因为 $\angle ACD = 108^\circ$, $\angle B = \frac{1}{2}\angle A$, 所以 $\angle A + \frac{1}{2}\angle A = 108^\circ$, 解得 $\angle A = 72^\circ$. 故选 A.

2. D 【解析】由三角形的一个外角大于与它不相邻的任意一个内角, 可得 $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 的大小关系为 $\angle 1 > \angle 2 > \angle 3$. 故选 D.

3. B 【解析】设 $AC, A'D$ 交于点 F . 由折叠可知 $\angle A' = \angle A = 35^\circ$. 因为 $\angle CEA' = 40^\circ$, 所以 $\angle AFD = \angle A' + \angle CEA' = 35^\circ + 40^\circ = 75^\circ$, 所以 $\angle BDA' = \angle A + \angle AFD = 35^\circ + 75^\circ = 110^\circ$. 故选 B.

4. A 【解析】因为 $\angle CAB = 125^\circ$, $\angle ABD = 85^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle DFE = 85^\circ$, $\angle 1 + \angle CEF = 125^\circ$, 所以 $\angle CEF = 125^\circ - \angle 1$, $\angle DFE = 85^\circ - \angle 2$. 因为 $CE \parallel DF$, 所以 $\angle CEF + \angle DFE = 180^\circ$, 所以 $125^\circ - \angle 1 + 85^\circ - \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $210^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 30^\circ$. 故选 A.

5. 105° 【解析】如图, 由题意可知 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle CDB = 90^\circ$, 所以 $\angle BCD = 45^\circ$, 所以 $\angle ACE = 45^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle A + \angle ACE = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$, 故答案为 105° .



关键点拨

(2) 根据题中给出的思路, 任选一种写出求解过程即可.

6. 42° 【解析】因为 $\angle DAF$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 56^\circ$, 所以 $\angle DAF = \angle B + \angle C = 91^\circ$. 因为 $\angle F = 47^\circ$, 所以 $\angle ADF = 180^\circ - \angle F - \angle DAF = 42^\circ$. 故答案为 42° .

7. 【解】(1) 因为 $\angle 2$ 是 $\triangle ABD$ 的外角, $\angle 1$ 是 $\triangle CDP$ 的外角, 所以 $\angle 2 > \angle A$, $\angle 1 > \angle 2$, 所以 $\angle 1 > \angle 2 > \angle A$, 故答案为 $\angle 1 > \angle 2 > \angle A$.

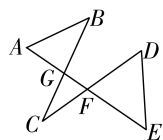
(2) 思路一: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle 3 + \angle PBC + \angle PCB + \angle 4 = 180^\circ$, 所以 $\angle PBC + \angle PCB = 180^\circ - \angle A - \angle 3 - \angle 4 = 180^\circ - 67^\circ - 25^\circ - 40^\circ = 48^\circ$. 在 $\triangle PBC$ 中, $\angle 1 + \angle PBC + \angle PCB = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$.

思路二: 因为 $\angle 2$ 是 $\triangle ABD$ 的外角, 所以 $\angle 2 = \angle 3 + \angle A = 25^\circ + 67^\circ = 92^\circ$. 因为 $\angle 1$ 是 $\triangle CDP$ 的外角, 所以 $\angle 1 = \angle 2 + \angle 4 = 92^\circ + 40^\circ = 132^\circ$.

(两种思路任选一种即可)

刷提升

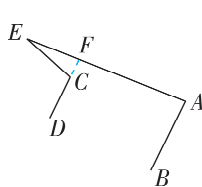
1. B 【解析】如图, 因为 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, 所以 $\angle BGF = \angle C + \angle AFC = \angle A + \angle B = 100^\circ$. 因为 $\angle C = 30^\circ$, 所以 $\angle AFC = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ$, 所以 $\angle EFD = \angle AFC = 70^\circ$. 因为 $\angle E + \angle D + \angle EFD = 180^\circ$, 所以 $\angle D + \angle E = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$, 故选 B.



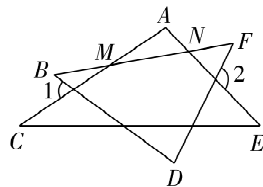
关键点拨

延长 DC 交 AE 于点 F , 根据 $\angle ECD = \angle E + \angle EFC$ 计算得到 $\angle EFC = 85^\circ$ 是解题关键.

2. C 【解析】如图, 延长 DC 交 AE 于点 F . 因为 $\angle ECD = \angle E + \angle EFC$, $\angle E = 20^\circ$, $\angle ECD = 105^\circ$, 所以 $\angle EFC = \angle ECD - \angle E = 105^\circ - 20^\circ = 85^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle EFC = 85^\circ$. 故选 C.



(第2题图)

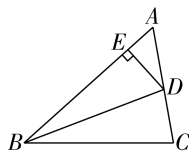


(第3题图)

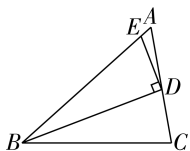
3. C 【解析】如图, 因为 $\angle 1 = \angle B + \angle BMC$, $\angle 2 = \angle F + \angle FNE$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle BMC + \angle F + \angle FNE$. 因为 $\angle BMC = \angle AMN$, $\angle FNE = \angle ANM$, $\angle AMN + \angle ANM = 180^\circ - \angle A$, $\angle B + \angle F = 180^\circ - \angle D$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle F + \angle AMN + \angle ANM = (180^\circ - \angle D) + (180^\circ - \angle A) = 360^\circ - \angle A - \angle D = 360^\circ - 100^\circ - 80^\circ = 180^\circ$. 故选 C.

4. B 【解析】因为 $\angle ABC = 2\angle C$, BP 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle PBC = \angle C$. 设 $\angle C = x$, 则 $\angle PBC = x$. 因为 $\angle FEC = 28^\circ$, 所以 $\angle AFE = x + 28^\circ$. 因为 $\angle AEF = 2\angle AFE$, 所以 $\angle AEF = 2x + 56^\circ$. 因为 EP 平分 $\angle AEF$, 所以 $\angle FEP = x + 28^\circ$. 因为 $\angle PEC = \angle P + \angle PBC$, 所以 $x + 28^\circ + 28^\circ = \angle P + x$, 所以 $\angle P = 56^\circ$, 故选 B.

5. 69° 或 90° 【解析】如图(1), 当 $\angle BED = 90^\circ$ 时, 因为 BD 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle DBE = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 42^\circ = 21^\circ$, 所以 $\angle BDE = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$. 如图(2), 当 $\angle BDE = 90^\circ$ 时, 因为 BD 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 42^\circ = 21^\circ$, 所以 $\angle ADB = \angle C + \angle DBC = 80^\circ + 21^\circ = 101^\circ$. 因为 $\angle ADB > \angle BDE$, 所以此种情况成立. 综上, $\angle BDE$ 的度数为 69° 或 90° . 故答案为 69° 或 90° .



图(1)



图(2)

刷素养

6. 【解】(1) ① 由题意得 $\angle DAC - \angle ACB = \angle B = 60^\circ$.

因为 AF 平分 $\angle DAC$, CE 平分 $\angle ACB$, 所以

$$\angle FAC = \frac{1}{2}\angle DAC, \angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACB, \text{ 所以}$$

$$\angle E = \angle FAC - \angle ACE = \frac{1}{2}\angle DAC - \frac{1}{2}\angle ACB =$$

$$\frac{1}{2}\angle B = 30^\circ. \text{ 故答案为 } 30^\circ.$$

② 由题意得 $\angle DAC - \angle ACB = \angle B = 90^\circ$.

因为 AF 平分 $\angle DAC$, CE 平分 $\angle ACB$, 所以

$$\angle FAC = \frac{1}{2}\angle DAC, \angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACB, \text{ 所以}$$

$$\angle E = \angle FAC - \angle ACE = \frac{1}{2}\angle DAC - \frac{1}{2}\angle ACB =$$

$$\frac{1}{2}\angle B = 45^\circ. \text{ 故答案为 } 45^\circ.$$

(2) 由题意得 $\angle DAC - \angle ACB = \angle B = \alpha$.

因为 AF 平分 $\angle DAC$, CE 平分 $\angle ACB$, 所以

$$\angle FAC = \frac{1}{2}\angle DAC, \angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACB, \text{ 所以}$$

$$\begin{aligned} \angle E &= \angle FAC - \angle ACE = \frac{1}{2}\angle DAC - \frac{1}{2}\angle ACB = \\ &= \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\alpha. \end{aligned}$$

(3) 因为 AG, CG 分别是 $\angle EAB$ 与 $\angle ECB$ 的平分线, $\angle EAB = \angle DAF = \angle FAC$, $\angle ACE =$

$$\angle ECB, \text{ 所以 } \angle HAF = \angle EAG = \frac{1}{2}\angle EAB =$$

$$\frac{1}{2}\angle FAC, \angle ECG = \frac{1}{2}\angle ECB = \frac{1}{2}\angle ACE, \text{ 所}$$

$$\text{以 } \angle G = \angle HAC - \angle ACG = \frac{3}{2}\angle FAC -$$

$$\frac{3}{2}\angle ACE = \frac{3}{2}(\angle FAC - \angle ACE) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\angle B =$$

$$\frac{3}{4}\alpha.$$

课时4 三角形的三边关系



刷基础

归纳总结

判断三条线段是否可以构成三角形, 只需判断两条较短线段之和是否大于最长线段.

1. B 【解析】A 选项, $1+2=3$, 不能组成三角形, 不符合题意; B 选项, $2+3=5>4$, 能组成三角形, 符合题意; C 选项, $4+6=10$, 不能组成三角形, 不符合题意; D 选项, $5+8=13<14$, 不能组成三角形, 不符合题意. 故选 B.

2. B 【解析】因为 $40 \div 2 = 20$ (厘米), 所以这个三角形的最长边小于 20 厘米. 因为 $40 \div 3 = \frac{40}{3}$ (厘米), 所以这个三角形的最长边大于 $\frac{40}{3}$ 厘米, 所以最长边可能为 18 厘米. 故选 B.

3. B 【解析】设第三根木棒的长度为 x cm. 因为小明有两根长度分别为 5 cm 和 10 cm 的木棒, 所以 $10-5 < x < 10+5$, 即 $5 < x < 15$, 故可选择 10 cm 和 12 cm 的木棒, 故选 B.

4. $3 < x < 9$ 【解析】因为三角形的三边长分别为 3, x , 6, 所以 $6-3 < x < 6+3$, 即 $3 < x < 9$. 故答案为 $3 < x < 9$.

5. D 【解析】连接 AB . 因为 PA, PB, AB 能构成三角形, 所以 $PA - PB < AB < PA + PB$, 即 $4 \text{ m} < AB < 28 \text{ m}$. 故选 D.

6. B 【解析】由题意得, 四根木条的长度分别为 1, 2, 4, 5. 要求任意两个螺丝间距离的最大值, 则有两相邻木条的夹角为 180° . ①选 1+2, 4, 5 (即长度为 1 和 2 的木条夹角为 180°), 易知能构成三角形, 此时任意两个螺丝间的最大距离为 5; ②选 2+4, 1, 5 (即长度为 2 和 4

的木条夹角为 180°), 易知不能构成三角形, 此时木框被拉成一条线段, 任意两个螺丝间的最大距离为 6; ③选 4+5, 1, 2 (即长度为 4 和 5 的木条夹角为 180°), 易知不能构成三角形, 此种情况不成立; ④选 5+1, 2, 4 (即长度为 5 和 1 的木条夹角为 180°), 易知不能构成三角形, 此时木框被拉成一条线段, 任意两个螺丝间的最大距离为 6. 综上所述, 任意两个螺丝间距离的最大值为 6. 故选 B.

7. 2a 【解析】由三角形三边关系可得 $a+c>b$, $a+b>c$, 所以 $|b-c-a|+|a-c+b|=|b-(a+c)|+|(a+b)-c|=a+c-b+a+b-c=2a$. 故答案为 2a.

8. 3 或 4 【解析】因为 $a^2+b^2=8a+12b-52$, 所以 $a^2-8a+16+b^2-12b+36=0$, 所以 $(a-4)^2+(b-6)^2=0$, 所以 $a-4=0, b-6=0$, 所以 $a=4, b=6$, 所以 $6-4<c<6+4$, 即 $2<c<10$. 因为 c 是 $\triangle ABC$ 中最短的边长, 所以 $c\leq 4$, 所以 $2<c\leq 4$. 因为 c 为整数, 所以整数 c 可以取 3 或 4. 故答案为 3 或 4.

9. 【解】(1) 设第三根木棒的长度为 x m. 根据三角形的三边关系可得 $7-2<x<7+2$, 解得 $5<x<9$. 根据题表, 可得 x 可以取 6, 7, 8, 所以有 3 种规格的木棒可供小明的爷爷选择.

(2) 因为三角形支架的周长为偶数, $2+7=9$ (m), 所以结合 (1) 可得三角形支架的第三根木棒长为 7 m, 所以 $40\times 2+15=95$ (元).

答: 小明的爷爷做三角形支架买木棒一共花了 95 元.

刷易错

10. B 【解析】分两种情况讨论: ①如果底边长为 4, 腰长为 9, 那么三边长分别为 4, 9, 9, 可以组成三角形, 则其周长为 22. ②如果腰长为 4, 底边长为 9, 那么三边长分别为 4, 4, 9. 因为 $4+4=8<9$, 所以这种情况不能组成三角形.

课时 5 三角形的角平分线、中线、高线

刷基础

1. D 【解析】因为 $\angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4$, 所以 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, CE 是 $\triangle BCD$ 的角平分线, $\angle ACB=\angle 4+\angle 3=2\angle 3$, 所以选项 D 错误, 故选 D.

2. 70° 【解析】由折叠知, $\angle DAE=\angle CAE$,

思路分析

由 AM 是 $\triangle ABC$ 的中线可知 $CM=BM$, 可得 $C_{\triangle ACM}-C_{\triangle ABM}=AC-AB=2$, 再根据 $\triangle ABM$ 的周长为 11 可得结论.

易错警示

解决本题时应注意分两种情况, 而且不能忽略一个重要的因素, 即三角形三边关系需满足任意两边之和大于第三边.

$\angle AEC=\angle AED=90^\circ$. 因为 AD 为 $\triangle ABE$ 的角平分线, 所以 $\angle BAD=\angle DAE$, 所以 $\angle BAD=\angle DAE=\angle CAE$. 因为 $\angle BAC=60^\circ$, 所以 $\angle BAD+\angle DAE+\angle CAE=\angle BAC=60^\circ$, 所以 $\angle BAD=\angle DAE=\angle CAE=20^\circ$. 因为 $\angle AEC=90^\circ$, 所以 $\angle C=180^\circ-\angle AEC-\angle CAE=180^\circ-90^\circ-20^\circ=70^\circ$. 故答案为 70° .

3. A 【解析】根据题图可知, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的中线上, 也在边 BC 上的中线上, 所以点 D 是 $\triangle ABC$ 的重心. 故选 A.

4. 13 【解析】因为 AM 是 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $CM=BM$, 所以 $C_{\triangle ACM}-C_{\triangle ABM}=AC-AB=6-4=2$. 因为 $\triangle ABM$ 的周长为 11, 所以 $\triangle ACM$ 的周长为 $11+2=13$. 故答案为 13.

5. 2 【解析】因为 D 为 BC 中点, 所以 $BD=CD$, 所以 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ADC$ 等底同高, 所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm}^2)$. 同理, $S_{\triangle BDE}=S_{\triangle AEB}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}=2\text{cm}^2, S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADC}=2\text{cm}^2$, 所以 $S_{\triangle BCE}=S_{\triangle BDE}+S_{\triangle CDE}=2+2=4(\text{cm}^2)$. 因为 F 为 EC 中点, 所以 $S_{\text{阴影部分}}=\frac{1}{2}S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}\times 4=2(\text{cm}^2)$. 故答案为 2.

6. D 【解析】A 选项, 因为 $AD\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 D , 所以线段 AD 是 BC 边上的高, 故本选项说法错误, 不符合题意; 因为 $CF\perp AB$ 于点 F , 所以线段 CF 是 AB 边上的高, 故 B、C 选项说法错误, 不符合题意; D 选项, 因为 $BE\perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E , 所以线段 BE 是 AC 边上的高, 故本选项说法正确, 符合题意. 故选 D.

7. 12:15:10 【解析】由题意得, $BF\perp AC$. 因为 $AB=5, BC=4, AC=6$, 所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}AB\cdot CE=\frac{1}{2}AC\cdot BF$, 所以 $2AD=5CE=3BF$, 所以 $CE:AD:BF=12:15:10$. 故答案为 12:15:10.

8. 【解】因为 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $S_{\triangle ABC}=2S_{\triangle ABD}=12$, 所以 $\frac{1}{2}\cdot AE\cdot BC=12$, 即 $\frac{1}{2}\times 4\cdot BC=12$, 所以 $BC=6$.

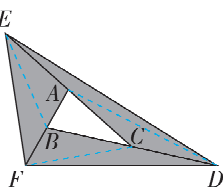
刷易错

9.6 或 14 【解析】

分类	AD 在 $\triangle ABC$ 内部	AD 在 $\triangle ABC$ 外部
图示		
解析	因为 $BC=10, BD=4$, 所以 $CD=BC-BD=10-4=6$	因为 $BC=10, BD=4$, 所以 $CD=BC+BD=10+4=14$

刷提升

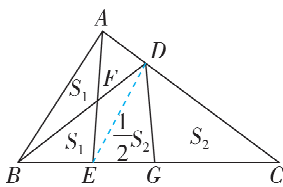
1. **B** 【解析】如图, 连接 AD, BE, CF . 因为 $AE=AC$, 所以 $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ABC}$.
1. 因为 $BF=AB$, 所以 $S_{\triangle BEF}=S_{\triangle ABE}=1$, 所以 $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle ABE}+S_{\triangle BEF}=1+1=2$, 同理可得, $S_{\triangle BDF}=2, S_{\triangle CDE}=2$, 所以 $S_{\text{阴影}}=S_{\triangle AEF}+S_{\triangle BDF}+S_{\triangle CDE}=2+2+2=6$. 故选 B.



2. **D** 【解析】因为 $CF \parallel AB$, $\angle F=50^\circ$, 所以 $\angle AEF=\angle F=50^\circ$. 因为 $EF \parallel BC$, 所以 $\angle ABC=\angle AEF=50^\circ$. 因为 BD 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$, 所以 $\angle BDC=\angle A+\angle ABD=60^\circ+25^\circ=85^\circ$, 故选 D.

3. **2** 【解析】在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, 所以 $BD=DC$, 所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}$. 又因为 $DE \perp AB$ 于 $E, DF \perp AC$ 于 $F, AB=3, AC=4, DF=1.5$, 所以 $\frac{1}{2}AB \cdot ED=\frac{1}{2}AC \cdot DF$, 即 $\frac{1}{2}\times 3 \times ED=\frac{1}{2}\times 4 \times 1.5$, 解得 $ED=2$, 故答案为 2.

4. **24** 【解析】如图, 连接 DE . 设 $S_{\triangle BEF}=S_1$, $S_{\triangle CDG}=S_2$, 则 $S_{\triangle BEF}+S_{\triangle CDG}=S_1+S_2=12$. 因为 F 为 AE 中点, 所以 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BEF}=S_1$. 因为 $EG:GC=1:2$, 所以 $S_{\triangle DEG}=\frac{1}{2}S_{\triangle CDG}=\frac{1}{2}S_2$, 所以 $S_{\triangle CDE}=S_{\triangle DEG}+S_{\triangle CDG}=\frac{1}{2}S_2+S_2=\frac{3}{2}S_2$. 因为 $AD:DC=1:3$, 所以 $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{3}S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}S_2$, 所以 $S_{\triangle ABC}=S_1+S_1+\frac{1}{2}S_2+\frac{3}{2}S_2=2(S_1+S_2)=2\times 12=24$.



易错警示

题干中未给出题图, 需要分 AD 在 $\triangle ABC$ 内部和外部两种情况来讨论.

$$S_1+S_1+\frac{1}{2}S_2+\frac{3}{2}S_2=2(S_1+S_2)=2\times 12=24.$$

5. 【解】(1) 因为 $\angle B=30^\circ, \angle C=50^\circ$, 所以 $\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=180^\circ-30^\circ-50^\circ=100^\circ$. 因为 AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 所以 $\angle CAE=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$.

因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 所以 $\angle ADC=90^\circ$, 所以 $\angle CAD=90^\circ-\angle C=90^\circ-50^\circ=40^\circ$, 所以 $\angle DAE=\angle CAE-\angle CAD=50^\circ-40^\circ=10^\circ$.

(2) ① 因为 $\angle B=x^\circ, \angle C=(x+36)^\circ$, 所以 $\angle BAC=180^\circ-x^\circ-(x+36)^\circ=(144-2x)^\circ$.

因为 AF 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle CAE=\frac{1}{2}\angle BAC=(72-x)^\circ$. 故答案为 $(72-x)^\circ$.

② 由 (2) ① 可知, $\angle BAE=\angle CAE=(72-x)^\circ$, 所以 $\angle FED=\angle AEC=\angle BAE+\angle B=(72-x)^\circ+x^\circ=72^\circ$.

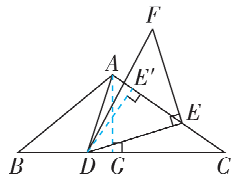
因为 $FD \perp BC$, 所以 $\angle FDE=90^\circ$, 所以 $\angle F=90^\circ-\angle FED=90^\circ-72^\circ=18^\circ$.

刷素养

思路分析

过点 A 作 $AG \perp BC$ 于 G , 过点 D 作 $DE' \perp AC$ 于 E' , 根据题意得出 $BD \cdot AG=4$, 确定 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}CD \cdot AG=4$, 得出 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}DE^2$, 确定当 DE 取得最小值时, $\triangle DEF$ 的面积最小. 当 $DE \perp AC$ 时, DE 取得最小值, 即为 DE' 的长, 结合三角形面积公式求解即可.

6. $\frac{32}{9}$ 【解析】过点 A 作 $AG \perp BC$ 于 G , 过点 D 作 $DE' \perp AC$ 于 E' , 如图所示. 因为 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD \cdot AG=2$, 所以 $BD \cdot AG=4$. 因为 $CD=2BD$, 所以 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}CD \cdot AG=4$. 因为 $DE=EF$, $\angle DEF=90^\circ$, 所以 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}DE^2$, 所以当 DE 取得最小值时, $\triangle DEF$ 的面积最小. 易知当 $DE \perp AC$ 时, DE 取得最小值, 即为 DE' 的长. 因为 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC \cdot DE'=4$, 所以 $DE'=\frac{8}{3}$, 所以 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}DE'^2=\frac{32}{9}$, 所以 $\triangle DEF$ 面积的最小值为 $\frac{32}{9}$, 故答案为 $\frac{32}{9}$.



重难点专题 4 三角形中线、高线的应用

刷难关

1. **C** 【解析】① 当 $\triangle ABD$ 的周长大于 $\triangle ADC$ 的周长时, 因为 AD 为 BC 边上的中线, 所以 $BD=CD$, 所以 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 的周长差 =

$(AB+AD+BD)-(AC+AD+CD)=AB-AC$. 因为两个三角形的周长差为 5, $AC=8$, 所以 $AB-8=5$, 解得 $AB=13$. ②当 $\triangle ADC$ 的周长大于 $\triangle ABD$ 的周长时, 因为 AD 为 BC 边上的中线, 所以 $BD=CD$, 所以 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABD$ 的周长差 $=(AC+AD+CD)-(AB+AD+BD)=AC-AB$. 因为两个三角形的周长差为 5, $AC=8$, 所以 $8-AB=5$, 解得 $AB=3$. 综上, $AB=3$ 或 13, 故选 C.

2. A 【解析】设腰长 $AB=AC=x$, 底边长 $BC=y$. **易错警示**

因为 BD 是中线, 所以 $AD=CD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}x$.

因为中线 BD 将该三角形的周长分为 5 和 3 两个部分, 所以 $\begin{cases} AB+AD=5, \\ BC+CD=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} AB+AD=3, \\ BC+CD=5, \end{cases}$

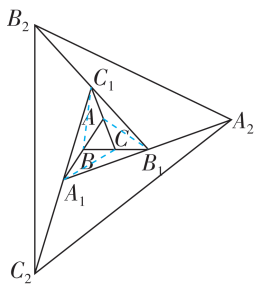
$$\text{所以} \begin{cases} x+\frac{1}{2}x=5, \\ y+\frac{1}{2}x=3 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x+\frac{1}{2}x=3, \\ y+\frac{1}{2}x=5, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=\frac{10}{3}, \\ y=\frac{4}{3} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=4 \end{cases}$$

当等腰三角形 ABC 腰长为 $\frac{10}{3}$, 底边长为 $\frac{4}{3}$ 时, $\frac{10}{3}+\frac{10}{3}>\frac{4}{3}$, 可以组成三角形; 当等腰三角形 ABC 腰长为 2, 底边长为 4 时, $2+2=4$, 不可以组成三角形, 所以该等腰三角形的底边长为 $\frac{4}{3}$, 故选 A.

3. D 【解析】因为 D, E, F 分别是边 BC, AD, AC 上的中点, 所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$,

$$S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABD}, S_{\triangle ADF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADC}, S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADF}, \text{所以 } S_{\triangle BDE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}, S_{\triangle DEF}=\frac{1}{8}S_{\triangle ABC}, \text{所以 } S_{\text{阴影部分}}=S_{\triangle BDE}+S_{\triangle DEF}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}+\frac{1}{8}S_{\triangle ABC}=\frac{3}{8}S_{\triangle ABC}, \text{所以 } S_{\triangle ABC}=\frac{8}{3}S_{\text{阴影部分}}=\frac{8}{3}\times 6=16, \text{故选 D.}$$

4. A 【解析】如图, 连接 AB_1, BC_1, CA_1 , 根据等底同高的三角形面积相等, 可得 $\triangle A_1BC, \triangle A_1B_1C, \triangle AB_1C, \triangle AB_1C_1, \triangle ABC_1, \triangle A_1BC_1, \triangle ABC$ 的面积都相等,



题干中“中线 BD 将该三角形的周长分为 5 和 3 两个部分”没有明确哪个部分是 5, 哪个部分是 3, 因此需要分类讨论, 并且这两个部分指的是 $AB+AD$ 与 $BC+CD$, 并不是指 $AB+AD+BD$ 与 $BC+CD+BD$, 需理解题意.

思路分析

分 AD 在 $\triangle ABC$ 内部与在 $\triangle ABC$ 外部两种情况求解即可.

所以 $S_{\triangle A_1B_1C_1}=7S_{\triangle ABC}$, 同理可得 $S_{\triangle A_2B_2C_2}=7S_{\triangle A_1B_1C_1}=7^2S_{\triangle ABC}$, \dots , 则 $S_{\triangle A_{2024}B_{2024}C_{2024}}=7^{2024}S_{\triangle ABC}$. 因为 $S_{\triangle ABC}=1$, 所以 $\triangle A_{2024}B_{2024}C_{2024}$ 的面积为 7^{2024} . 故选 A.

5. 4 【解析】因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 所以

$$S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 12=6. \text{ 因为 } AG:$$

$$GD=2:1, \text{ 所以 } S_{\triangle ABG}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABD}=\frac{2}{3}\times 6=4,$$

$$S_{\triangle AGC}=\frac{2}{3}S_{\triangle ACD}=\frac{2}{3}\times 6=4. \text{ 又因为 } BE, CF \text{ 是}$$

$\triangle ABC$ 的中线, 所以点 E, F 分别是 AC, AB 的中点, 所以 $S_{\triangle GFB}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABG}=\frac{1}{2}\times 4=2, S_{\triangle GCE}=\frac{1}{2}S_{\triangle AGC}=\frac{1}{2}\times 4=2$, 所以 $S_{\text{阴影部分}}=S_{\triangle GFB}+S_{\triangle GCE}=2+2=4$. 故答案为 4.

6. 【解】(1) $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CD$. 故答案为 $\frac{1}{2}AB\cdot CD$.

$$(2) \text{ 由 (1) 可得 } S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CD, \text{ 则 } \frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{1}{2}\times 5\times CD, \text{ 解得 } CD=\frac{12}{5}.$$

$$(3) \text{ 因为 } AH\perp BC, PM\perp AB, PN\perp AC, S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABP}+S_{\triangle ACP},$$

$$\text{所以 } \frac{1}{2}BC\cdot AH=\frac{1}{2}AB\cdot PM+\frac{1}{2}AC\cdot PN,$$

$$\text{所以 } \frac{1}{2}\times 10\times 12=\frac{1}{2}\times 13PM+\frac{1}{2}\times 13PN=\frac{1}{2}\times 13(PM+PN), \text{ 所以 } PM+PN=\frac{120}{13}.$$

7. D 【解析】当 AD 在 $\triangle ABC$ 内部时, 如图 (1).

因为 $\triangle ABC$ 的面积为 24, AD 是 BC 边上的高, $AD=4, CD=5$, 所以 $\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}(BD+CD)\cdot AD=\frac{1}{2}(BD+5)\times 4=24$, 所以 $BD=7$.

$$\text{当 } AD \text{ 在 } \triangle ABC \text{ 外部时, 如图 (2).}$$

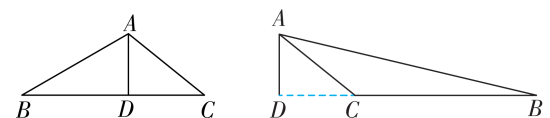


图 (1)

图 (2)

因为 $\triangle ABC$ 的面积为 24, AD 是 BC 边上的高,

$AD=4, CD=5$, 所以 $\frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}BC \times 4 = 24$,
所以 $BC=12$, 所以 $BD=BC+CD=12+5=17$.
综上所述, BD 的长为 7 或 17, 故选 D.

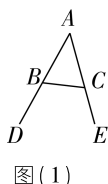
大招专题 2 三角形中的倒角模型

刷难关

大招解读 | A 字型

【结论 1】如图(1), $\angle DBC + \angle ECB = 180^\circ + \angle A$.

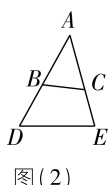
理由: 因为 $\angle DBC = \angle A + \angle ACB$,
 $\angle ECB = \angle A + \angle ABC$,
所以 $\angle DBC + \angle ECB = \angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC = \angle A + 180^\circ$.



图(1)

【结论 2】如图(2), $\angle ABC + \angle ACB = \angle D + \angle E$.

理由: 因为 $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,
 $\angle A + \angle D + \angle E = 180^\circ$,
所以 $\angle ABC + \angle ACB = \angle D + \angle E$.

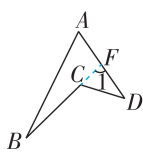


图(2)

1. D 【解析】因为 $\angle A = 65^\circ$, 所以 $\angle ADE + \angle AED = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$, 所以 $\angle BDE + \angle CED = 360^\circ - 115^\circ = 245^\circ$, 故选 D.

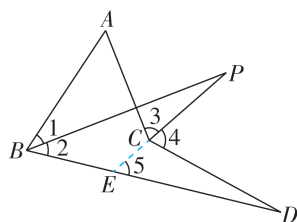
大招解读 | 飞镖型(或燕尾型)

结论: 如图, $\angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$.

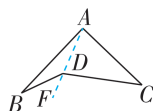


理由: 延长 BC 交 AD 于点 F .
因为 $\angle 1 = \angle A + \angle B$,
 $\angle BCD = \angle 1 + \angle D$,
所以 $\angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$.

2. B 【解析】如图, 延长 PC 交 BD 于 E .
因为 $\angle ABD, \angle ACD$ 的平分线交于点 P ,
所以 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$. 由三角形的内角和定理得, $\angle A + \angle 1 = \angle P + \angle 3$. ① 在 $\triangle PBE$ 中, $\angle 5 = \angle 2 + \angle P$, 在 $\triangle DCE$ 中, $\angle 5 = \angle 4 - \angle D$, 所以 $\angle 2 + \angle P = \angle 4 - \angle D$. ② ①-② 得 $\angle A - \angle P = \angle P + \angle D$, 所以 $\angle P = \frac{1}{2}(\angle A - \angle D)$. 因为 $\angle A = 55^\circ, \angle D = 15^\circ$, 所以 $\angle P = \frac{1}{2}(55^\circ - 15^\circ) = 20^\circ$. 故选 B.



3. 【解】(1) $\angle BDC = \angle BAC + \angle B + \angle C$. 理由: 如图, 连接 AD 并延长至点 F .



关键点拨

根据等角的余角相等即可求解.

思路分析

设 $\angle PAB = \angle OAP = x$, $\angle ECP = \angle PCB = y$, 则 $\angle BAO = 2x, \angle BCE = 2y$, 利用 8 字型模型得出 $\angle B + \angle BAO = \angle D + \angle OCD$, $\angle P + \angle PAG = \angle D + \angle GCD$, 然后构建方程组即可解决问题.

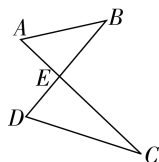
根据外角的性质, 可得 $\angle BDF = \angle BAD + \angle B$, $\angle CDF = \angle C + \angle CAD$. 又因为 $\angle BDC = \angle BDF + \angle CDF$, $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD$, 所以 $\angle BDC = \angle BAC + \angle B + \angle C$.

(2) ①由(1)可得 $\angle D = \angle ABD + \angle ACD + \angle A$. 又因为 $\angle A = 40^\circ, \angle D = 90^\circ$, 所以 $\angle ABD + \angle ACD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$, 故答案为 50.

②由(1)可得 $\angle P = \angle A + \angle ABP + \angle ACP, \angle D = \angle A + \angle ABD + \angle ACD$, 所以 $\angle ABP + \angle ACP = \angle P - \angle A = 130^\circ - 40^\circ = 90^\circ$.

又因为 BD 平分 $\angle ABP, CD$ 平分 $\angle ACP$, 所以 $\angle ABD + \angle ACD = \frac{1}{2}(\angle ABP + \angle ACP) = 45^\circ$, 所以 $\angle D = 45^\circ + 40^\circ = 85^\circ$. 故答案为 85° .

大招解读 | 8 字型



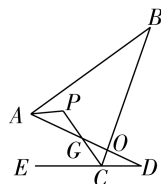
结论: 如图, $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$.

理由: 因为 $\angle BEC$ 是 $\triangle ABE$ 的外角, 所以 $\angle BEC = \angle A + \angle B$.

因为 $\angle BEC$ 是 $\triangle CDE$ 的外角, 所以 $\angle BEC = \angle C + \angle D$, 所以 $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$.

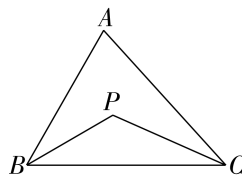
4. D 【解析】由对顶角相等得 $\angle CED = \angle AEB$. 因为 $\angle A = \angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle CED + \angle 1 = 90^\circ$, $\angle AEB + \angle 2 = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 2 = 27^\circ$. 故选 D.

5. B 【解析】如图, 设 PC 交 AD 于 G , $\angle PAB = \angle OAP = x$, $\angle ECP = \angle PCB = y$, 则 $\angle BAO = 2x, \angle BCE = 2y$. 因为 $\angle AOB = \angle COD, \angle AGP = \angle CGD$, 所以 $\angle B + \angle BAO = \angle D + \angle OCD, \angle P + \angle PAG = \angle D + \angle GCD$, 所以 $\begin{cases} \angle B + 2x = \angle D + 180^\circ - 2y, ① \\ \angle P + x = \angle D + 180^\circ - y, ② \end{cases}$ ①-2×②, 可得 $\angle B - 2\angle P = -\angle D - 180^\circ$, 则 $2\angle P - \angle B - \angle D = 180^\circ$. 故选 B.



大招解读 | 双内角平分线模型

如图, BP, CP 分别是 $\angle ABC, \angle ACB$ 的平分线, 则 $\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

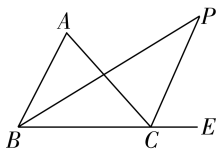


6. 60° 【解析】因为 $\angle A = 52^\circ, \angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 D_1 , 所以 $\angle ABC + \angle ACB = 128^\circ, \angle CBD_1 = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle BCD_1 = \frac{1}{2}\angle ACB$,

所以 $\angle CBD_1 + \angle BCD_1 = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 64^\circ$, 即 $\angle ABD_1 + \angle ACD_1 = 64^\circ$, 所以 $\angle D_1 = 116^\circ$. 因为 $\angle ABD_1$ 与 $\angle ACD_1$ 的平分线交于点 D_2 , 所以 $\angle D_2BD_1 + \angle D_2CD_1 = \frac{1}{2}(\angle ABD_1 + \angle ACD_1) = 32^\circ$, 所以 $\angle CBD_2 + \angle BCD_2 = \angle D_1BD_2 + \angle D_1BC + \angle D_2CD_1 + \angle D_1CB = 96^\circ$, 所以 $\angle D_2 = 84^\circ$. 同理可得 $\angle D_3 = 68^\circ$, $\angle D_4 = 60^\circ$. 故答案为 60° .

大招解读 | 内外角平分线模型

如图, BP, CP 分别是 $\angle ABC, \angle ACE$ 的平分线, 则 $\angle P = \frac{1}{2}\angle A$.



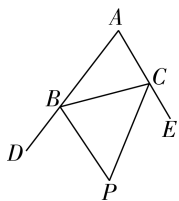
思路分析

根据角平分线的定义和三角形的内角和定理可得规律, 进而得到 $\angle D_4$ 的度数.

7. $\frac{1}{2^{2022}}\alpha$ 【解析】因为 $\angle ACD = 180^\circ - \angle ACB$, $\angle ABC$ 的平分线与 $\triangle ACB$ 的外角 ($\angle ACD$) 的平分线交于点 A_1 , 所以 $\angle A_1 = 180^\circ - (\angle A_1BC + \angle ACB + \angle A_1CA) = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle ABC - \angle ACB - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ACB) = 90^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}\angle A$. 同理可得 $\angle A_2 = \frac{1}{2}\angle A_1 = \frac{1}{2^2}\angle A$, $\angle A_3 = \frac{1}{2}\angle A_2 = \frac{1}{2^3}\angle A$, \dots , 所以 $\angle A_{2022} = \frac{1}{2^{2022}}\angle A$. 因为 $\angle A = \alpha$, 所以 $\angle A_{2022} = \frac{1}{2^{2022}}\alpha$. 故答案为 $\frac{1}{2^{2022}}\alpha$.

大招解读 | 双外角平分线模型

如图, BP, CP 分别是 $\angle CBD, \angle BCE$ 的平分线, 则 $\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.



8. 【解】(1) 因为 BP, CP 分别平分 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$, 所以 $\angle PBC = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle ACB$. 因为 $\angle BPC = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB)$, 所以 $\angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC +$

$\angle ACB)$, 所以 $\angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

因为 $\angle BPC = \alpha$, 所以 $\angle A = 2\alpha - 180^\circ$.

故答案为 $2\alpha - 180^\circ$.

(2) $\angle BPC + \angle Q = 180^\circ$. 理由:

因为 BQ, CQ 分别平分 $\angle MBC, \angle NCB$,

所以 $\angle QBC = \frac{1}{2}\angle CBM, \angle BCQ = \frac{1}{2}\angle BCN$,

所以 $\angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2}(\angle CBM + \angle BCN)$,

所以 $\angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC) = \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A)$,

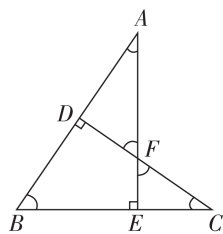
所以 $\angle QBC + \angle QCB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, 所以 $\angle Q =$

$180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2}\angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.

由(1)知 $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, 所以 $\angle BPC + \angle Q = 180^\circ$.

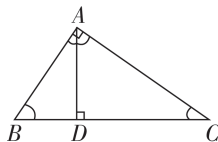
大招解读 | 双垂直模型

一般型:



结论: ① $\angle A = \angle C$; ② $\angle B = \angle AFD = \angle CFE$; ③ $AB \cdot CD = AE \cdot BC$

子母型(射影定理模型):



结论: ① $\angle B = \angle CAD$; ② $\angle C = \angle BAD$; ③ $AB \cdot AC = AD \cdot BC$

关键点拨

(2) 利用等面积法求出 CF 的长是解题关键.

思路分析

(3) 利用三角形外角的性质得出相关结论, 再进行计算即可.

9. 【解】(1) 因为 $CF \perp AB$, 所以 $\angle CFB = 90^\circ$. 因为 $\angle B = 46^\circ$, 所以 $\angle BCF = 44^\circ$.

因为 $AD \perp BC$, 所以 $\angle ADC = 90^\circ$, 所以 $\angle AEC = \angle ADC + \angle BCF = 90^\circ + 44^\circ = 134^\circ$.

(2) 因为 $CF \perp AB, AD \perp BC$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}AB \cdot CF$. 因为 $AB = 8, BC = 10$,

$AD = 6$, 所以 $CF = \frac{AD \cdot BC}{AB} = \frac{6 \times 10}{8} = \frac{15}{2}$.

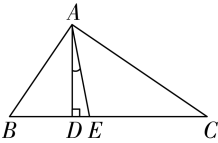
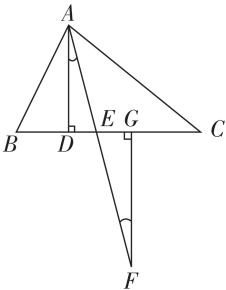
10. 【解】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ$, 所以 $\angle A = 60^\circ$. 因为 $CD \perp AB$, 所以 $\angle ADC = 90^\circ$, 所以 $\angle ACD = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$. 故

答案为 30.

(2) 因为 $BE \perp CP$, 所以 $\angle BEC = 90^\circ$. 因为 $\angle CBE = 70^\circ$, 所以 $\angle BCE = 90^\circ - \angle CBE = 20^\circ$. 因为 $\angle MCN = 90^\circ$, 所以 $\angle ACD = 90^\circ - \angle BCE = 70^\circ$. 因为 $AD \perp CP$, 所以 $\angle CAD = 90^\circ - \angle ACD = 20^\circ$.

(3) 因为 $\angle ADP$ 是 $\triangle ACD$ 的外角, 所以 $\angle ADP = \angle ACD + \angle CAD = 60^\circ$, 同理, $\angle BEP = \angle BCE + \angle CBE = 60^\circ$, 所以 $\angle CAD + \angle CBE + \angle ACB = \angle CAD + \angle CBE + \angle ACD + \angle BCE = (\angle CAD + \angle ACD) + (\angle CBE + \angle BCE) = 120^\circ$. 故答案为 120.

大招解读 | 高分线模型

	
条件: AD 是高, AE 是角平分线. 结论: $\angle DAE = \frac{ \angle B - \angle C }{2}$	条件: AD 是高, AE 是角平分线, F 是 AE 延长线上一点, 过 F 作 $FG \perp BC$. 结论: $\angle F = \angle DAE = \frac{ \angle B - \angle C }{2}$

11. 【解】因为 AD 是 BC 边上的高, $\angle B = 50^\circ$, 所以 $\angle ADB = 90^\circ$, 所以 $\angle BAD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$. 因为 $\angle EAD = 15^\circ$, 所以 $\angle BAE = \angle BAD - \angle EAD = 40^\circ - 15^\circ = 25^\circ$. 因为 AE 是 $\angle BAC$ 的平分线, 所以 $\angle BAC = 2\angle BAE = 50^\circ$. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $\angle BAC = 50^\circ$, 所以 $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$.

12.2 多边形

刷基础

1. A 【解析】题图所示的图形中, 属于多边形的是第一个、第二个、第五个图形. 故选 A.
2. A 【解析】①菱形各边长相等, 但不是正四边形, 故说法错误; ②长方形各角都相等, 但

不一定是正四边形, 故说法错误; ③等边三角形三条边都相等, 三个角都相等, 是正多边形, 故说法正确; ④长方形的四个角相等, 但长与宽不一定相等, 所以不一定是正多边形, 故说法错误. 故正确的有 1 个. 故选 A.

刷有所得 3. A 【解析】一个多边形截去一个角后, 变成一个多边形截去一个角后, 多边形的边可能增加了一条, 也可能不变或减少了一条, 所以原来的多边形的边数是 15 或 16 或 17. 故选 A.

4. 9 【解析】由题意得 $4 + 2 = 6$, 故这个多边形为六边形, $\frac{6 \times (6-3)}{2} = 9$ (条), 即这个多边形共有 9 条对角线. 故答案为 9.

5. B 【解析】设这个正多边形的边数为 n , 则 $(n-2) \times 180^\circ = 144^\circ \times n$, 解得 $n = 10$. 故选 B.

6. 80° 【解析】因为六边形 $ABCDEF$ 的内角和为 $180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$, 且 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 440^\circ$, 所以 $\angle GBC + \angle C + \angle CDG = 720^\circ - 440^\circ = 280^\circ$, 所以 $\angle BGD = 360^\circ - (\angle GBC + \angle C + \angle CDG) = 80^\circ$. 故答案为 80° .

刷有所得 7. C 【解析】因为一个正多边形每个内角与它相邻外角的度数比为 3:1, 所以设这个外角是 x° , 则内角是 $3x^\circ$. 根据题意得 $x + 3x = 180$, 解得 $x = 45$, 所以这个正多边形的边数为 $360^\circ \div 45^\circ = 8$, 故选 C.

8. 10 【解析】由该多边形为正多边形可知该多边形的每个外角都相等, 所以 $\angle PBC = \angle PCB$. 因为 $\angle P = 108^\circ$, 所以 $\angle PBC = \angle PCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$, 则该正多边形的边数为 $360^\circ \div 36^\circ = 10$, 故答案为 10.

9. 45° 【解析】因为多边形的外角和为 360° , 所以 $\angle DEF + \angle EDF = 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$. 因为 $\angle DEF + \angle EDF + \angle DFE = 180^\circ$, 所以 $\angle DFE = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$. 故答案为 45° .

10. 【解】(1) 设这个正多边形的一个外角的度数为 x° . 根据题意得 $180 - x = 3x + 20$, 解得 $x = 40$, 则 $180^\circ - x^\circ = 140^\circ$, 所以这个正多边形一个内角的度数为 140° .
(2) 因为这个正多边形的一个外角的度数为 40° , 所以这个正多边形的边数为 $360^\circ \div 40^\circ = 9$, 所以这个正多边形的内角和是 $(9-2) \times 180^\circ = 1260^\circ$.

刷提升

1. **D** 【解析】如图, 设直线 m

交 AB 于点 G , 直线 n 交 BC 于点 H . 因为五边形 $ABCDE$ 是正五边形, 所以 $\angle C =$

$$\angle AED = \angle CDE = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ. \text{ 因为 } \angle 1 =$$

$$20^\circ, \text{ 所以 } \angle DEG = \angle AED - \angle 1 = 108^\circ - 20^\circ = 88^\circ.$$

$$\text{因为 } m \parallel n, \text{ 所以 } \angle HDE = 180^\circ - \angle DEG = 180^\circ -$$

$$88^\circ = 92^\circ, \text{ 所以 } \angle CDH = \angle CDE - \angle HDE =$$

$$108^\circ - 92^\circ = 16^\circ. \text{ 在 } \triangle CDH \text{ 中, } \angle CHD = 180^\circ -$$

$$\angle CDH - \angle C = 180^\circ - 16^\circ - 108^\circ = 56^\circ, \text{ 所以}$$

$$\angle 2 = \angle CHD = 56^\circ, \text{ 故选 D.}$$

2. **B** 【解析】因为 $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 对应的邻

补角度数之和为 215° , 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 +$

$$\angle 4 + 215^\circ = 4 \times 180^\circ, \text{ 所以 } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$$

$$505^\circ. \text{ 因为五边形 } OAGFE \text{ 的内角和为 } (5-2) \times$$

$$180^\circ = 540^\circ, \text{ 所以 } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle BOD =$$

$$540^\circ, \text{ 所以 } \angle BOD = 540^\circ - 505^\circ = 35^\circ, \text{ 故选 B.}$$

3. **C** 【解析】因为正六边形的一个内角为

$$\frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ, \text{ 所以 } x^\circ + y^\circ = 360^\circ - 2 \times$$

$$120^\circ = 120^\circ. \text{ 因为 } y^\circ \text{ 为正 } n \text{ 边形的一个内角}$$

$$\text{的度数, 所以 } y^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}. \text{ 当 } n = 3 \text{ 时,}$$

$$y^\circ = 60^\circ, \text{ 则 } x^\circ = 60^\circ; \text{ 当 } n = 4 \text{ 时, } y^\circ = 90^\circ, \text{ 则}$$

$$x^\circ = 30^\circ; \text{ 当 } n = 5 \text{ 时, } y^\circ = 108^\circ, \text{ 则 } x^\circ = 12^\circ; \text{ 当}$$

$$n = 6 \text{ 时, } y^\circ = 120^\circ, \text{ 则 } x^\circ = 0^\circ. \text{ 故 } n \text{ 的值为 3 或}$$

$$4 \text{ 或 } 5 \text{ 或 } 6. \text{ 故选 C.}$$

4. **8 或 7 或 6** 【解析】设原多边形为 n 边形, 则

当 n 边形截去一个角后, 可形成 $(n-1)$ 或 n 或

$(n+1)$ 边形. 根据题意, 得 $(n-1-2) \times 180^\circ =$

$$900^\circ \text{ 或 } (n-2) \times 180^\circ = 900^\circ \text{ 或 } (n+1-2) \times$$

$$180^\circ = 900^\circ, \text{ 解得 } n = 8 \text{ 或 } 7 \text{ 或 } 6, \text{ 故答案为 8}$$

$$\text{或 } 7 \text{ 或 } 6.$$

5. **540°** 【解析】如图, $\angle B +$

$$\angle C = \angle 1, \text{ ① } \angle D + \angle E +$$

$$\angle F + \angle 2 = 360^\circ, \text{ ② } \angle A +$$

$$\angle 1 + (180^\circ - \angle 2) + \angle G =$$

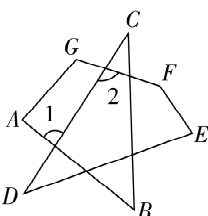
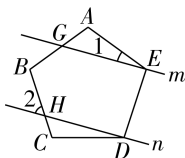
$$360^\circ, \text{ ③ ①} + \text{②} + \text{③} \text{ 得,}$$

$$\angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle 2 + \angle A + \angle 1 +$$

$$(180^\circ - \angle 2) + \angle G = \angle 1 + 360^\circ + 360^\circ, \text{ 所以}$$

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G = 540^\circ, \text{ 故}$$

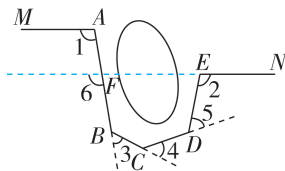
$$\text{答案为 } 540^\circ.$$



6. 【解】(1) 五边形内角和为 $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$, 故答案为 540.

(2) 因为多边形外角和都是 360° , 所以跑完一圈, 跑步方向改变的角度的和为 360° , 故答案为 360.

(3) 如图, 延长 NE 交 AB 于点 F .



因为 $MA \parallel EN$, 所以 $\angle 1 = \angle 6$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 200^\circ$, 所以 $\angle 6 + \angle 2 = 200^\circ$.

因为 $\angle 6 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 2 = 360^\circ$, 所以 $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 160^\circ$.

7. 【解】(1) 由多边形内角和为 $180^\circ(n-2)$ 可知, 多边形内角和是 180° 的整数倍, 而 $2\ 020^\circ$ 不是 180° 的整数倍, 故 $2\ 020^\circ$ 不可能是多边形内角和.

(2) $2\ 020 \div 180 = 11 \cdots 40$, 所以 $n-2 = 11$, 则 $n = 13$, 故多边形是十三边形

(3) 由(2)可知多加的外角为 40° .

12.3 圆

刷基础

1. **A** 【解析】在平面内与点 P 的距离为 1 cm 的点有无数个, 故选 A.

2. **B** 【解析】题图中的弦有 AC, AB, BE , 共 3 条, 故选 B.

3. **D** 【解析】由弦的定义可知, 圆的最长弦为圆的直径, 所以可分两种情况: ①点 A 不是圆心时, 由于两点确定一条直线, 所以过点 A 的最长弦只有 1 条; ②点 A 是圆心时, 由于过点 A 的直径有无数条, 所以过点 A 的最长弦有无数条. 即过圆内一点 A 可以作出圆的最长弦有 1 条或无数条. 故选 D.

4. **C** 【解析】因为 $OP = 7$, $\odot O$ 的半径是 4, $7 > 4$, 所以点 P 在 $\odot O$ 外, 故选 C.

5. **4 (答案不唯一)** 【解析】因为 $\odot O$ 的半径为 2, 点 P 在 $\odot O$ 外, 所以 $OP > 2$, 所以 OP 的长可以是 4. 故答案为 4 (答案不唯一).

6. **C** 【解析】连接圆上任意两点的线段叫作弦, 经过圆心的弦叫作直径, 直径是圆中最长的弦, 直径是弦, 但弦不一定是直径, 故①说法正确; 圆上任意两点间的部分叫作弧, 半圆是

刷有所得

多边形截去一个角后, 这个多边形的角的个数可能不变, 可能少一个, 也可能多一个.

归纳总结

设圆的半径为 r , 点 P 到圆心的距离为 d , 则有三种情况: ①点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$; ②点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$; ③点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$.

弧,但弧不一定是半圆,故②说法正确;半径决定圆的大小,半径相等的两个圆是等圆,故③说法正确;弧可以分为劣弧、优弧、半圆三种,当一条弦是直径时,直径把圆分成两个半圆,既不是优弧也不是劣弧,故④说法不正确;在同圆或等圆中,长度相等的两条弧才是等弧,故⑤说法不正确.综上所述,正确的说法有①②③. 故选 C.

7. 12 【解析】一条弧和经过这条弧的端点的两条半径组成的图形叫作扇形. 以其中一条半径为始边,可以找到 6 个扇形,顺时针有 3 个,逆时针有 3 个,题图中有 4 条半径,则可以找到扇形 $4 \times 6 = 24$ (个),但有一半重复的,所以共有 $24 \times \frac{1}{2} = 12$ (个)扇形,故答案为 12.

8. 3 4 4 【解析】圆中有 AB, CD, EF 3 条弦,圆中以 A 为一个端点的优弧有 4 条,劣弧有 4 条,故答案为 3, 4, 4.

9. B 【解析】圆心经过的距离就是圆的周长,所以是 $2\pi r$. 故选 B.

10. $\frac{1}{2\pi}$ 【解析】设念咒语前头箍的半径为 R cm, 缩短后的半径为 r cm. 由题意得 $2\pi R - 2\pi r = 1$, 所以 $R - r = \frac{1}{2\pi}$, 故答案为 $\frac{1}{2\pi}$.

11. 【解】设圆形草坪的半径为 r 米. 由题意知, $2\pi r = 62.8$, 解得 $r = 10$. 所以选射程为 10 米的喷灌装置比较合适, 应安装在圆形草坪的圆心处.

刷提升

1. D 【解析】已知每人向后挪动的距离为 x 厘米. 根据题意得 $\frac{2\pi(80+10)}{8} = \frac{2\pi(80+10+x)}{10}$, 故选 D.

2. B 【解析】蚂蚁爬行完一次完整的路线路程为 $2 \times 2\pi \times 4 = 16\pi$ (cm), 所以每相邻两点间的路程是 $16\pi \div 8 = 2\pi$ (cm). 因为 $2\,024\pi = 16\pi \times 126 + 8\pi$, 所以蚂蚁爬行了 126 次完整的路线, 再加 8π cm, 所以最后停在了 E 点. 故选 B.

3. C 【解析】因为四边形内角和为 360° , 所以四个喷水池占去的绿化园地的面积之和正好等于一个半径为 R 的圆的面积, 即这四个喷水池占去的绿化园地的面积为 πR^2 . 故选 C.

易错警示

注意长度相等的弧不一定是等弧.

易错警示

扇形是一条弧和经过这条弧的端点的两条半径组成的图形, 因此扇形的面积可能大于半圆的面积, 所以找扇形时不要漏掉这一部分.

4. A 【解析】设小半圆的半径为 r , 则大半圆的半径为 nr , 所以 $L_1 = n\pi r$, $L_2 = \pi r \times n = n\pi r$, 所以 $L_1 = L_2$. 因为 $l_{\widehat{AB}} > \text{弦 } AB$, $l_{\widehat{CB}} > \text{弦 } BC$, $l_{\widehat{CD}} > \text{弦 } CD$, 所以 $L_1 > L_3$, 所以 $L_1 = L_2 > L_3$, 故选 A.

5. $(28+7\pi)$ 【解析】由题图可知圆的直径为 7 cm, 则根据题意得至少用绳子 $7 \times 4 + 7\pi = (28+7\pi)$ cm.

6. 【解】(1) 所修花坛的周长之和是 $\pi \times 10 \times 2 = 20\pi$ (米). 故答案为 20π 米.

(2) 两种方案所用材料一样多. 理由: $10 \times 2 = 20$ (米), 较小的花坛的直径为 $20 \times \frac{2}{2+3} = 8$ (米), 较大的花坛的直径为 $20 \times \frac{3}{2+3} = 12$ (米).

方案 B 所修花坛周长之和为 $\pi(8+12) = 20\pi$ (米).

所以方案 B 与方案 A 所修花坛周长之和相同, 用的材料一样多.

全章综合训练

刷中考

1. C 【解析】设第三条线段的长度为 x cm, 则第三条线段长度的取值范围是 $8-6 < x < 8+6$, 即 $2 < x < 14$, 只有选项 C 符合, 故选 C.

2. D 【解析】 $\angle \alpha = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. 故选 D.

3. A 【解析】因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle 1 = 30^\circ$. 因为 $\angle 2 = \angle A + \angle 3 = 70^\circ$, 所以 $\angle 3 = 40^\circ$. 故选 A.

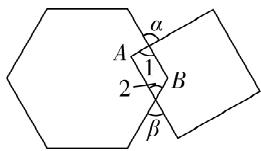
4. B 【解析】因为 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 所以 $\angle ACB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle DAC = \angle ACB = 45^\circ$, 所以 $\angle ADE = \angle DEF - \angle DAC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$. 故选 B.

5. A 【解析】设原多边形的边数为 n , 则可得 $180^\circ(n-2) = 1\,620^\circ$, 解得 $n = 11$. 按题图所示的剪法剪去一个内角后, 所得新多边形的边数比原多边形的边数多 1, 为 12. 故选 A.

6. B 【解析】设这个多边形的边数为 n . 由题意得 $180^\circ \cdot (n-2) = 360^\circ \times 4$, 解得 $n = 10$, 所以这个多边形是十边形, 所以从这个多边形的一个顶点处可以引 $10-3=7$ (条) 对角线. 故选 B.

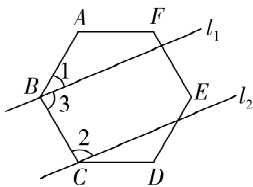
7. B 【解析】如图. 因为正六边形与正方形的两

邻边相交, 所以 $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle A + \angle B = 360^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ$. 又因为 $\angle 1 = \alpha$, $\angle 2 = \beta$, 所以 $\alpha + \beta = \angle 1 + \angle 2 = 150^\circ$. 故选 B.



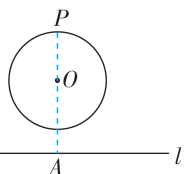
8. 97 【解析】如图. 因为正六边形内角和为 $(6-2) \times 180^\circ = 720^\circ$, 所以 $\angle ABC = \frac{1}{6} \times 720^\circ = 120^\circ$.

因为 $\angle 1 = 37^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle ABC - \angle 1 = 120^\circ - 37^\circ = 83^\circ$. 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 97^\circ$, 故答案为 97.



9. C 【解析】因为重物由 A 点摆动到 B 点, 移动路径是以点 O 为圆心, OA 长为半径的圆弧, 所以此重物移动路径的形状为圆弧, 故选 C.

10. B 【解析】如图, 过点 O 作 $OA \perp l$ 于点 A, 连接 OP, 所以 $OA = 3$, $OP = 2$. 当点 P 为 AO 的延长线与 $\odot O$ 的交点时, 点 P 到直线 l 的距离最大, 最大距离为 $PA = 3 + 2 = 5$, 故选 B.



11. 5 【解析】因为点 P 在 $\odot O$ 上, 所以点 P 到圆心 O 的距离等于半径, 为 5 cm, 故答案为 5.

刷章测

1. C 【解析】A 选项, 因为 $3+4=7 < 8$, 所以 3, 4, 8 不是一个三角形的三边长, 不符合题意; B 选项, 因为 $6+6=12$, 所以 6, 6, 12 不是一个三角形的三边长, 不符合题意; C 选项, 因为 $5+6=11 > 10$, 所以 5, 6, 10 可能是一个三角形的三边长, 符合题意; D 选项, 因为 $3+6=9 < 10$, 所以 3, 6, 10 不是一个三角形的三边长, 不符合题意. 故选 C.

2. D 【解析】由题意可得 $n-3=7$, 所以 $n=10$,

思路分析

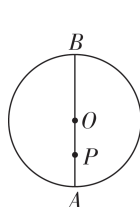
先根据正多边形的性质求出正六边形、正方形的每个内角的度数, 再根据四边形的内角和及对顶角相等计算即可.

思路分析

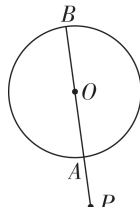
先根据折叠的性质和平行线的性质, 求出题图 (2) 中 $\angle FMB$ 的度数, 进而求得 $\angle CFM$ 的度数, 再根据折叠的性质得到题图 (3) 中 $\angle CFM$ 的度数, 最后用 $\angle EFC = \angle CFM - \angle EFM$ 即可得出结论.

所以 $m = 10 - 2 = 8$, 所以 $m + n = 8 + 10 = 18$. 故选 D.

3. A 【解析】设此点为 P 点, 圆为 $\odot O$, 最大距离为 PB, 最小距离为 PA. 有两种情况: ①当点 P 在圆内时, 如图 (1) 所示, 则半径 $OB = (PA + PB) \div 2 = 6.5$ (cm); ②当点 P 在圆外时, 如图 (2) 所示, 则半径 $OB = (PB - PA) \div 2 = 2.5$ (cm). 故圆的半径为 2.5 cm 或 6.5 cm. 故选 A.



图(1)



图(2)

4. D 【解析】因为 $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, 所以 $\angle ACB = 180^\circ - \angle B - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, 即 $\angle HCG = 45^\circ$. 因为 $BC \parallel EF$, $\angle E = 60^\circ$, 所以 $\angle GHC = \angle E = 60^\circ$, 所以 $\angle HGC = 180^\circ - \angle GHC - \angle HCG = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$, 所以 $\angle AGD = \angle HGC = 75^\circ$. 故选 D.

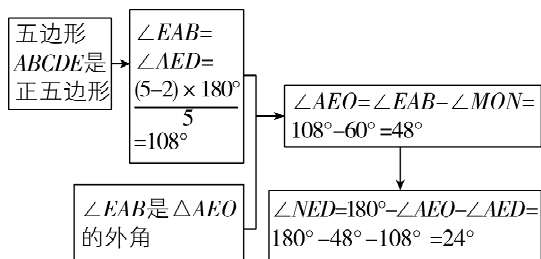
5. D 【解析】因为 G 为 AD 的中点, 所以 $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle BGD$ 面积的 2 倍, 故②正确. 因为 $CF \perp AD$, 所以 $\angle AHF = \angle AHC = 90^\circ$. 又因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle ACH = \angle AFC = \angle FBC + \angle FCB$, 故④正确. 由已知条件无法得到 $\angle 1 = \angle ABC$, $BD = CD$, 故①③不正确. 故选 D.

6. C 【解析】因为点 D 是 BC 中点, 所以 $CD = \frac{1}{2}BC = 2$. 因为点 P 是线段 BC 上一个动点, 所以当 $AP \perp BC$ 时, AP 有最小值. 因为 $S_{\triangle ACD} = 2$, 所以 $\frac{1}{2}AP_{\text{最小值}} \cdot CD = 2$, 所以 $AP_{\text{最小值}} = 2$, 故选 C.

7. A 【解析】因为 BE 是 AC 边上的高, 所以 $\angle BEA = 90^\circ$. 因为 $\angle A = 50^\circ$, 所以 $\angle ABE = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$. 因为 CD 是 AB 边上的高, 所以 $\angle CDB = 90^\circ$, 所以 $\angle BPC = \angle CDB + \angle ABE = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$. 故选 A.

8. C 【解析】如题图 (2), 由折叠得 $\angle B'EF = \angle FEM = 24^\circ$. 因为 $AE \parallel DF$, 所以 $\angle EFM = \angle B'EF = 24^\circ$, 所以 $\angle BMF = \angle DME = 48^\circ$. 因为 $BM \parallel CF$, 所以 $\angle CFM + \angle BMF = 180^\circ$, 所以 $\angle CFM = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$. 由折叠得题图 (3) 中 $\angle MFC = 132^\circ$, 所以 $\angle EFC = \angle MFC - \angle EFM = 132^\circ - 24^\circ = 108^\circ$, 故选 C.

9.24 【解析】



- 10.15 【解析】** 因为 $5a^2 + b^2 - 6a = 4ab - 9$, 所以 $4a^2 - 4ab + b^2 + a^2 - 6a + 9 = 0$, 所以 $(2a-b)^2 + (a-3)^2 = 0$, 所以 $2a-b=0, a-3=0$, 解得 $a=3, b=6$. 因为等腰三角形 ABC 的边长分别为 a, b , 所以当 a 是腰长时, 三边长为 $3, 3, 6$, $3+3=6$, 不能构成三角形; 当 b 是腰长时, 三边长为 $3, 6, 6$, 能构成三角形, 所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $3+6+6=15$. 综上, $\triangle ABC$ 的周长为 15 . 故答案为 15 .

11.6 【解析】

如图, 连接 DF . 因为 $AE=ED$, 所以 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BDE}$, $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DEF}$, 所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BDF}$. 设 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BDF} = S$. 因为 $BD:DC=3:2$, 所以 $S_{\triangle CDF} = \frac{2}{3}S_{\triangle BDF} = \frac{2}{3}S$. 因为 $S_{\triangle ABF} + S_{\triangle BDF} + S_{\triangle CDF} = S_{\triangle ABC}$, 即 $S + S + \frac{2}{3}S = 16$, 所以 $S=6$, 所以阴影部分的面积为 6 . 故答案为 6 .

12.90° 【解析】

如图, 因为 $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACB$ 的邻补角的平分线交于点 D , $\angle ABC$ 的邻补角的平分线与 $\angle ACB$ 的邻补角的平分线交于点 E , 所以 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4 = \angle 7 = \angle 8$, $\angle 5 = \angle 6$, 所以 $\angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle A$, $\angle 4 = \angle D + \angle 2$, 所以 $2\angle 4 = 2\angle 2 + \angle A$, $\angle D = \angle 4 - \angle 2$, 所以 $\angle A = 2\angle 4 - 2\angle 2$, 所以 $\angle A = 2\angle D$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle 6 = 90^\circ$. 因为 $\angle 2 + \angle 6 + \angle D + \angle E = 180^\circ$, 所以 $\angle D + \angle E = 90^\circ$, 所以 $\angle A - \angle D + \angle E = 2\angle D - \angle D + \angle E = 90^\circ$. 故答案为 90° .

- 13. 【解】** (1) 因为 AD 是 BC 边上的高, $AD=5$, $\triangle ABC$ 的面积为 20 , 所以 $\frac{1}{2}BC \cdot AD = 20$,

$$\text{所以 } BC = \frac{2 \times 20}{5} = 8.$$

因为 F 是 BC 边的中点, 所以 $BF = \frac{1}{2}BC = 4$.

(2) 因为 AD 是 BC 边上的高, $\angle DAE = 11^\circ$, 所以 $\angle AED = 180^\circ - \angle ADE - \angle DAE = 180^\circ - 90^\circ - 11^\circ = 79^\circ$.

因为 $\angle B = 42^\circ$, 且 $\angle AED = \angle B + \angle BAE$, 所以 $\angle BAE = \angle AED - \angle B = 79^\circ - 42^\circ = 37^\circ$.

因为 AE 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAC = 2\angle BAE = 2 \times 37^\circ = 74^\circ$, 所以 $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 180^\circ - 42^\circ - 74^\circ = 64^\circ$.

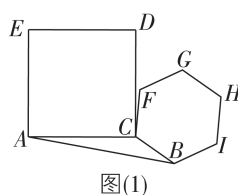
- 14. 【解】** (1) 因为分别以 AC 和 BC 为边作正方形 $ACDE$ 和正六边形 $BCFGHI$, 所以 $\angle ACD = 90^\circ$, $\angle BCF = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$, 所以

$$\angle ACB = 360^\circ - \angle ACD - \angle BCF = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ, \text{ 所以 } n = 150.$$

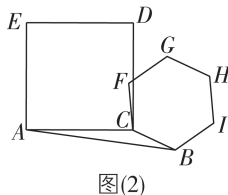
(2) n 的值为 145 或 155 . 如图 (1), 因为 $\angle ACB = 360^\circ - \angle ACD - \angle BCF - \angle DCF = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ - 5^\circ = 145^\circ$, 所以 $n = 145$.

如图 (2), 因为 $\angle ACB = 360^\circ - \angle ACD - (\angle BCF - \angle DCF) = 360^\circ - 90^\circ - (120^\circ - 5^\circ) = 155^\circ$, 所以 $n = 155$.

综上可知, n 的值为 145 或 155 .



图(1)



图(2)

- 15. 【解】** (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$ cm, $BC = 6$ cm, $AB = 10$ cm, 所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $8+6+10=24$ (cm). 当 CP 把 $\triangle ABC$ 的周长分成相等的两部分时, 点 P 运动的路径长 $= \frac{1}{2} \times \triangle ABC$ 的周长,

$$\text{即 } 2t = \frac{1}{2} \times 24, \text{ 解得 } t = 6.$$

所以当 $t = 6$ 时, CP 把 $\triangle ABC$ 的周长分成相等的两部分.

(2) 当 CP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成相等的两部分时, CP 是 $\triangle ABC$ 的一条中线, 则点 P 是 AB 的中点, 此时 P 运动的路径长为 $AC + \frac{1}{2}AB = 8+5=13$ (cm), 所以 $2t = 13$, 所以 $t = \frac{13}{2}$. 所以当

点 P 运动的路径长 = 速度 \times 时间.

三角形的一条中线可以平分三角形的面积.

$t = \frac{13}{2}$ 时, CP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成相等的两部分.

(3) $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 (\text{cm}^2)$.

因为 $\triangle BCP$ 的面积为 12 cm^2 ,

所以 $\triangle BCP$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times \triangle ABC$ 的面积.

当点 P 在 AB 上时, $BP = \frac{1}{2} AB = 5 \text{ cm}$, 则 $AP =$

$10 - BP = 5 \text{ cm}$, 所以 $2t = AC + AP$,

即 $2t = 8 + 5$, 解得 $t = \frac{13}{2}$.

当点 P 在 AC 上时, 易知 P 是 AC 中点, 则 $2t = 4$, 解得 $t = 2$.

综上所述, 满足条件的 t 的值为 2 或 $\frac{13}{2}$.

16. 【解】(1) 因为 $\angle ADC' = 58^\circ$, 所以 $\angle CDC' = 180^\circ - \angle ADC' = 122^\circ$.

由折叠得 $\angle CDE = \angle C'DE = \frac{1}{2} \angle CDC' = 61^\circ$,

$\angle DEC = \angle DEC' = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$,

思路分析

(2) 根据平角定义求出 $\angle CDC' = 160^\circ$, $\angle CEC' = 138^\circ$, 然后利用折叠的性质可得 $\angle CDE = \angle C'DE = 80^\circ$, $\angle DEC = \angle DEC' = 69^\circ$, 最后利用三角形内角和定理进行计算即可解答.

所以 $\angle C = 180^\circ - \angle EDC - \angle DEC = 29^\circ$. 故答案为 29° .

(2) 因为 $\angle BEC' = 42^\circ$, $\angle ADC' = 20^\circ$, 所以 $\angle CEC' = 180^\circ - \angle BEC' = 138^\circ$, $\angle CDC' = 180^\circ - \angle ADC' = 160^\circ$.

由折叠得 $\angle CDE = \angle C'DE = \frac{1}{2} \angle CDC' =$

80° , $\angle DEC = \angle DEC' = \frac{1}{2} \angle CEC' = 69^\circ$,

所以 $\angle C = 180^\circ - \angle EDC - \angle DEC = 31^\circ$, 所以 $\angle C$ 的度数为 31° .

(3) 因为 $\angle BEC' = x$, 所以 $\angle CEC' = 180^\circ - x$.

由折叠得 $\angle CDE = \angle C'DE = \frac{1}{2} (180^\circ +$

$\angle ADC') = \frac{1}{2} (180^\circ + y) = 90^\circ + \frac{1}{2} y$, $\angle DEC =$

$\angle DEC' = \frac{1}{2} \angle CEC' = 90^\circ - \frac{1}{2} x$,

所以 $\angle C = 180^\circ - \angle EDC - \angle DEC = 180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2} y) - (90^\circ - \frac{1}{2} x) = \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} y$,

所以 $\angle C$ 与 x, y 之间的数量关系为 $\angle C = \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} y$.

综合与实践

3 最佳路线的选择



刷实践

【解】任务 1: 由题意得, 从林荫站到晨曦站的距离为 $5.5 + 3.1 + 2.2 = 10.8 (\text{km})$, 单人单程乘坐需车费 $2 + 1 + 1 = 4 (\text{元})$. 故答案为 10.8, 4.

任务 2: 由题意得, 弟弟可免费乘车, 其他三人按照乘车距离收费.

从林荫站到蝴蝶谷站的距离为 $2.2 + 1.9 + 2.7 + 2.0 = 8.8 (\text{km})$, 所以需要车费 $(2 + 1 + 1) \times 3 = 12 (\text{元})$.

所以小明一家乘坐该车从林荫站到蝴蝶谷站需要 12 元车费.

任务 3: 最远的游玩站点是云端站. 理由:

由题意得, 单程费用为 15 元, 弟弟免费乘车, 所以其他三人每人花费 5 元.

因为花费起步价 2 元可乘坐 4 km, 超出 4 km 后

关键点拨

任务 2: 由一名成年乘客可免费携带一位身高不足 1.2 m (含 1.2 m) 的儿童乘车, 可知弟弟可免费乘车, 求出其他三人乘车所需费用即可.

花费 3 元可乘坐 $3 \times 4 = 12 (\text{km})$, 所以最远可乘坐 16 km.

因为从林荫站到云端站的距离为 $2.2 + 1.9 + 2.7 + 2.0 + 5.1 + 2.0 = 15.9 (\text{km})$, 所以最远的游玩站点是云端站.

任务 4: 路线为 $A-D-C-E-B-E-A$. 理由:

$A-D-C$ 路线必走, 总用时为 $0.8 + 0.5 + 0.5 + 0.5 = 2.3 (\text{h})$.

$C-E-B-E-A$ 路线的用时为 $0.2 + 2 \times 0.2 + 0.5 + 0.5 = 1.6 (\text{h})$.

$C-B-E-A$ 路线的用时为 $0.6 + 0.5 + 0.2 + 0.5 = 1.8 (\text{h})$.

路线 1: $A-D-C-E-B-E-A$ 路线共用时 $2.3 + 1.6 = 3.9 (\text{h})$,

路线 2: $A-D-C-B-E-A$ 路线共用时 $2.3 + 1.8 = 4.1 (\text{h})$.

其余路线明显用时更长, 所以采用路线 1.